

Schriftliche Prüfung

Zeit: 3 Stunden

Hilfsmittel: Taschenrechner
Geo-Dreieck
Buch „Formeln, Tabellen, Begriffe“, handschriftlich ergänzt
Nuklidtafel im A3-Format

Regeln: Die Blätter sind nicht zu trennen. Es darf nicht mit Bleistift oder Rotstift geschrieben oder gezeichnet werden. Falls der Platz unter einer Aufgabenstellung nicht ausreicht, kann auf der Rückseite des vorhergehenden Blattes weitergeschrieben werden. Es gibt nur dann volle Punktzahl zu einer Aufgabe, wenn der Lösungsweg klar ersichtlich ist. Alle Ergebnisse sind in SI-Einheiten und wissenschaftlicher Schreibweise auszudrücken (ausser etwas anderes ist verlangt).

Die „falschen Lösungen“, die angegeben sind, dienen zum Weiterrechnen, wenn ein Aufgabenteil nicht gelöst werden konnte. Die hier angegebenen Zahlen verstehen sich in SI-Einheiten.

Überblick:

Aufgabe	Thema	Punkte
1	Starrer Körper	22
2	Teilchenwellen	20
3	Thermodynamik	19
4	Kernfusion	12
5	Gravitation	22
6	Atommodelle	7
7	Quantenmechanik	20
	Gesamtpunktzahl	122

1. **Starrer Körper:** Sie haben auf Ricardo ein altes, rostiges, aber funktionstüchtiges Auto für 1 Franken ersteigert und haben Grosses damit vor: Es soll schneller, sparsamer und auch noch nachhaltiger werden!



Abbildung 1: Altes Auto

Als grosser Formel 1-Fan wissen Sie, dass bei Rennautos verschiedene Energierückgewinnungssysteme in der Entwicklung bzw. im Einsatz sind, und anderem eines, dessen Prinzip auf einem Schwungrad basiert, das einerseits das Bremsen, andererseits das Beschleunigen unterstützt: Energie, die sonst beim Bremsen verloren ginge, wird als Rotationsenergie des Schwungrads gespeichert und später zum Beschleunigen des Fahrzeugs genutzt. So etwas wollen Sie für Ihr Auto konstruieren!

Das Schwungrad soll ein Stahlzylinder sein, der über ein «stufenloses Getriebe» vollautomatisch immer im richtigen Augenblick mit der (angetriebenen) Hinterachse ihres Autos verbunden wird: Beim Bremsen, damit das Schwungrad beschleunigt und die Hinterachse abgebremst wird (ausser das Schwungrad ist momentan zu schnell dafür) und beim Beschleunigen, damit das Schwungrad die Hinterachse beschleunigt (ausser das Schwungrad ist momentan zu langsam dafür).

In der Formel 1 gelten für diese Schwungräder Limitierungen, die vor allem zur Sicherheit der Fahrzeuge und Fahrer dienen:

- maximale Drehzahl 1075Hz
- maximales Drehmoment (das auf das Schwungrad bzw. auf die Hinterachse wirkt) 200Nm
- Das Schwungrad darf maximal 120kW Leistung ohne Unterbrechung abgeben, und das maximal 33s lang ohne Unterbrechung.

Weil Sie denken, dass diese Regeln einen Sinn haben müssen, übernehmen Sie sie kurzerhand ohne Änderungen und fangen mit der Konstruktion an...

1.1. [4 Punkte] Wie viel Energie wird in einem solchen 33s-Zeitintervall maximal vom Schwungrad auf die Hinterachse übertragen? (Falsche Lösung: $8 \cdot 10^6$)

1.2. [4 Punkte] Diese Energie muss zuvor im Schwungrad gespeichert gewesen sein. Wenn es sich zu Beginn der 33s mit der maximalen Drehzahl bewegt hat: Wie gross müssen Sie also das Trägheitsmoment ihres Schwungrads wählen? (Falsche Lösung: $8 \cdot 10^{-2}$)

- 1.3. [6 Punkte] Wie gross muss demnach das Schwungrad sein, wenn Sie es als Stahlzylinder realisieren, bei dem der Durchmesser gleich seiner Höhe ist? (Falsche Lösung: $2 \cdot 10^{-3}$)

1.4. [4 Punkte] Mit welcher Winkelbeschleunigung bewegt sich das Schwungrad, wenn die Hinterachse konstant das maximal erlaubte Drehmoment auf es ausübt? (Falsche Lösung: 10^3)

1.5. [4 Punkte] Nach welcher Zeit hat das Schwungrad die Energie aus 1.2 erreicht, wenn es anfänglich in Ruhe ist und die Hinterachse dann konstant das maximal erlaubte Drehmoment auf es ausübt?

2. **Teilchenwellen:** An der Universität Wien finden seit vielen Jahren Beugungsexperimente mit Molekülen statt.

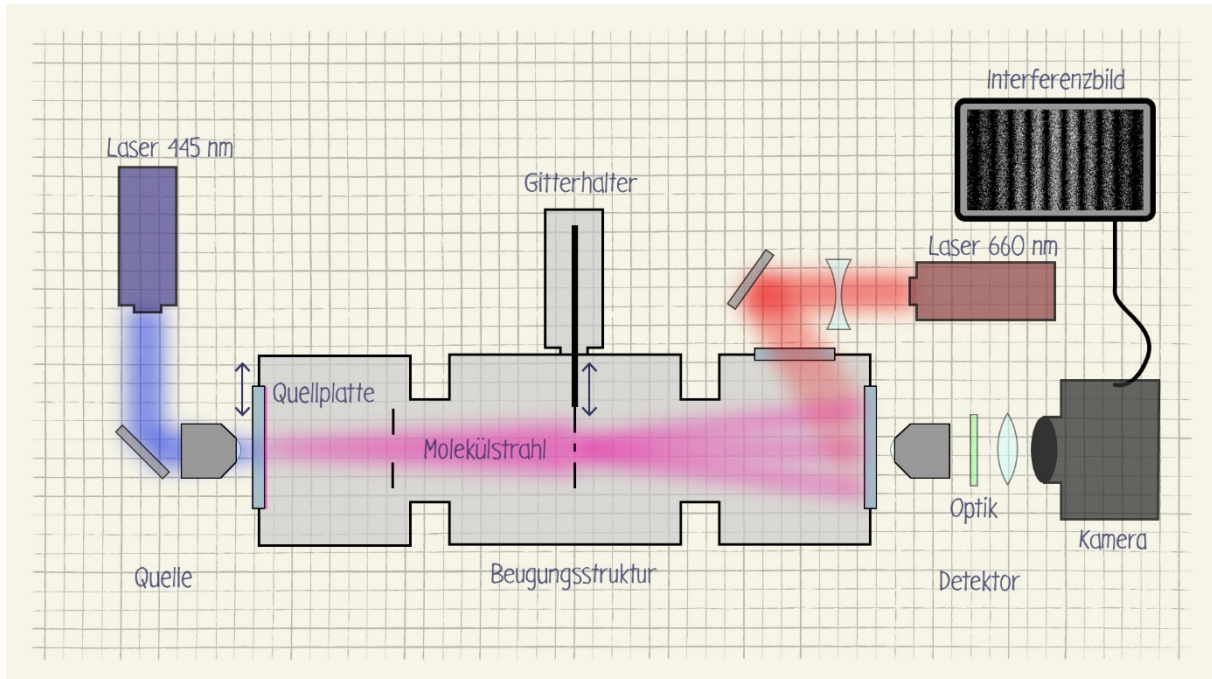


Abbildung 2: Experimenteller Aufbau

Die Wissenschaftler selbst beschreiben das Prinzip eines ihrer Experimente etwa folgendermassen:

Die Quelle

Die Moleküle müssen zunächst zum Fliegen gebracht werden. Das geschieht in der Quelle mittels «Laserverdampfung»: Ein Laserstrahl wird auf eine mit Molekülen beschichtete Glasplatte fokussiert, wodurch die Moleküle (z.B. Phthalocyanin) verdampfen und mit einer Geschwindigkeit von 150 m/s durch die Vakuumkammer zum Detektor fliegen.

Die Beugungsstruktur

Verwendet wird ein Gitter aus Siliziumnitrid, dessen Spalte 50 nm breit sind. Das Material zwischen benachbarten Spalten ist dabei 100 nm breit. (Diese extrem feine Struktur wurde mit fokussierten Ionenstrahlen in eine 10nm dicke Siliziumnitrid-Folie geschnitten.)

Der Detektor

Am Ende des Experiments treffen die Moleküle auf eine Glasplatte und bleiben auf ihr haften. Mit einem roten Laserstrahl kann man sie nun zum Leuchten anregen (Fluoreszenz), dieses Licht mit einer hochempfindlichen CCD-Kamera nachweisen und die Moleküle so lokalisieren.

2.1. [5 Punkte] Das erwähnte Phthalocyanin hat die Summenformel $C_{32}H_{18}N_8$. Wie gross ist seine Molekülmasse? (Falsche Lösung: $8 \cdot 10^{-26}$)

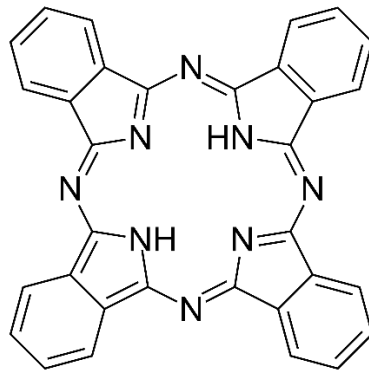


Abbildung 3: Phthalocyanin

2.2. [6 Punkte] Wie gross sind Impuls und Wellenlänge eines solchen Moleküls im Experiment? (Falsche Lösung: $2.5 \cdot 10^{-22}$, $1.2 \cdot 10^{-12}$)

2.3. [2 Punkte] Wie gross ist die Gitterkonstante des verwendeten Gitters?

2.4. [7 Punkte] Wir nehmen an, der Abstand zwischen Gitter und Glasscheibe beträgt 7cm. Wie gross ist dann der Abstand zwischen 1. und 2. Beugungsmaximum? (Die Winkel sind klein, so dass Sie die bekannten Näherungen verwenden dürfen.)

3. **Thermodynamik:** Der Fusionsreaktor ITER in Südfrankreich steht im Mittelpunkt eines internationalen Forschungsprojekts, das den Weg zur wirtschaftlichen Nutzung von Fusionsenergie eben soll.

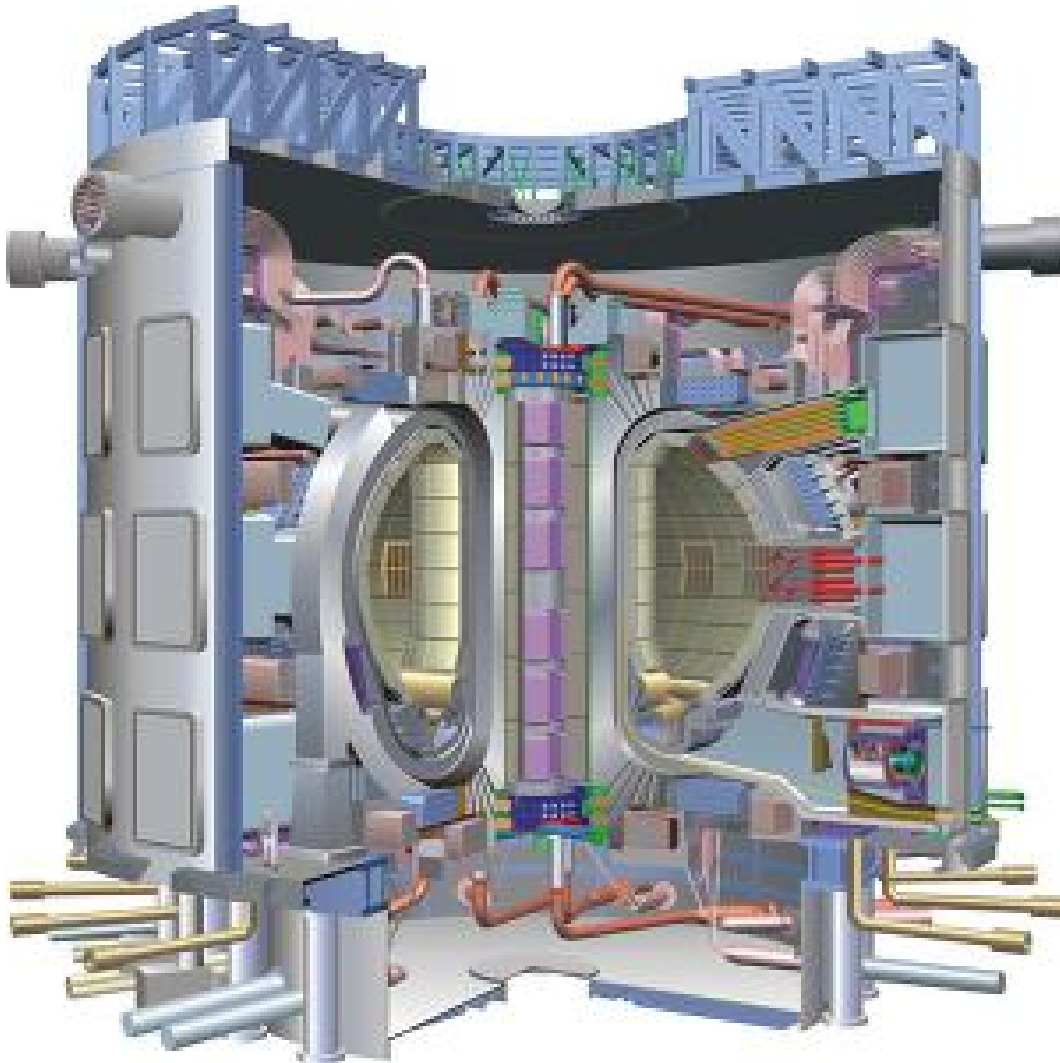
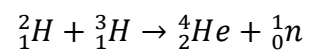


Abbildung 4: Schema des ITER-Fusionsreaktors

Bei Temperaturen um $1.5 \cdot 10^8 K$ soll hauptsächlich durch folgende Reaktion von Deuterium und Tritium zu Helium



Energie gewonnen werden.

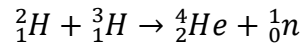
- 3.1. [11 Punkte] In einem so heißen Gas sind die Teilchengeschwindigkeiten so gross, dass man relativistisch rechnen muss. Ihnen ist der Zusammenhang zwischen der kinetischen Energie E_k eines Gasteilchens und der Temperatur T des Gases bekannt. In dieser Gleichung ist E_k nun also die *relativistische* kinetische Energie. Leiten Sie her, wie die Geschwindigkeit eines Gasteilchens in diesem «relativistischen Gas» von der Temperatur (und seiner Ruhemasse) abhängt. Wie verhält sich diese Geschwindigkeit für $T \rightarrow 0$ und $T \rightarrow \infty$? (Falsche Lösung: $v =$

$$\sqrt{\frac{4 \cdot \kappa \cdot T}{m}}, 0, c)$$

3.2. [4 Punkte] Bei diesen Temperaturen sind die Moleküle vollständig ionisiert. Berechnen Sie die Geschwindigkeiten der Deuteriumkerne und der Elektronen in diesem Plasma.

- 3.3. [4 Punkte] Benutzen Sie die allgemeine Gasgleichung, um etwas sehr Wesentliches beim Übergang vom Gas zum Plasma zu verstehen: Nehmen Sie an, im Reaktor befinde sich zunächst molekulares Deuterium und molekulares Tritium in gleichen Stoffmengen. Und nehmen Sie weiter vereinfachend an, bei Erreichen einer hinreichend hohen Temperatur geschehe die vollständige Ionisation dieses Gases «sehr plötzlich». Was geschieht in diesem Augenblick mit dem Druck im Reaktor (der natürlich «dicht» ist)?

4. **Kernfusion:** Wie in einer anderen Aufgabe erklärt, sollen im Versuchsreaktor ITER bei Temperaturen um $1.5 \cdot 10^8 K$ hauptsächlich durch folgende Reaktion von Deuterium und Tritium zu Helium



Energie gewonnen werden.

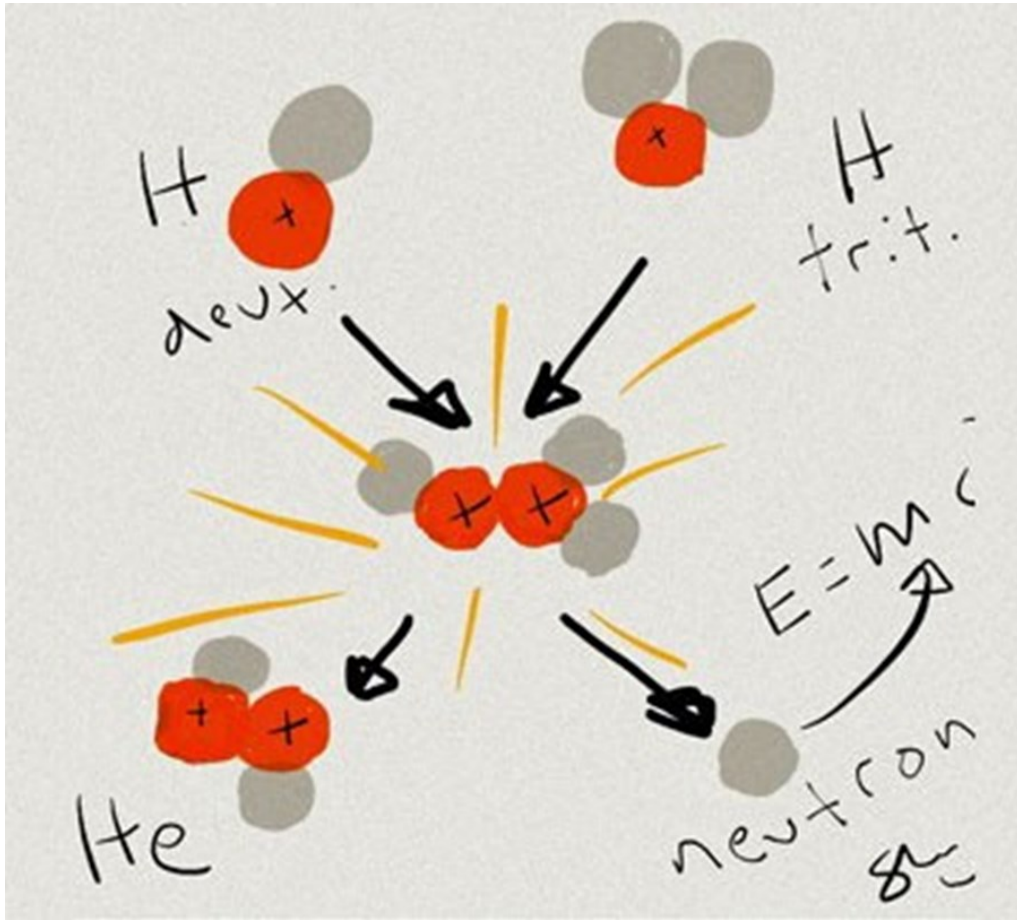


Abbildung 5: Künstlerische Darstellung der Fusion von Deuterium und Tritium zu Helium

4.1. [6 Punkte] Wie gross ist der Energiegewinn bei der genannten Kernreaktion (in MeV)? (Achtung: Die Nuklidmasse von Tritium steht nicht in Ihrem Formelbuch. Sie ist 3,0160493u.) (Falsche Lösung: 32)

4.2. [3 Punkte] Soll ein Fusionsreaktor einmal mit einem Kernkraftwerk konkurrenzieren, muss er eine Leistung von 1GW schaffen. Wie viele Fusionsprozesse von H-2 mit H-3 sind für diese Energie pro Sekunde nötig? (Falsche Lösung: $7 \cdot 10^{21}$)

4.3. [3 Punkte] Welche Masse an Helium entsteht hierbei jeden Tag?

5. **Gravitation:** Auf dem Weg zur Besiedlung anderer Himmelskörper ist die «Eroberung» des Mondes ein wichtiger Zwischenschritt. Könnte man dort alle Rohstoffe zum Bau von Raketen abbauen und die Raketen dort komplett zusammenbauen, wäre der Flug zu anderen Planeten wie dem Mars viel einfacher, weil wegen des im Vergleich zur Erde erheblich schwächeren Gravitationsfelds des Mondes viel weniger Energie nötig wäre! Achtung: Sie wissen, dass das Gravitationsfeld der Erde auf dem Mond noch merklich stark ist. Vernachlässigen Sie das hier bitte! Wichtig: In dieser Aufgabe sind $g = 9.81 \text{ms}^{-2}$, $G = 6.663 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$, $m_e = 5.976 \cdot 10^{24} \text{kg}$ und $R_e = 6.371 \cdot 10^6 \text{m}$

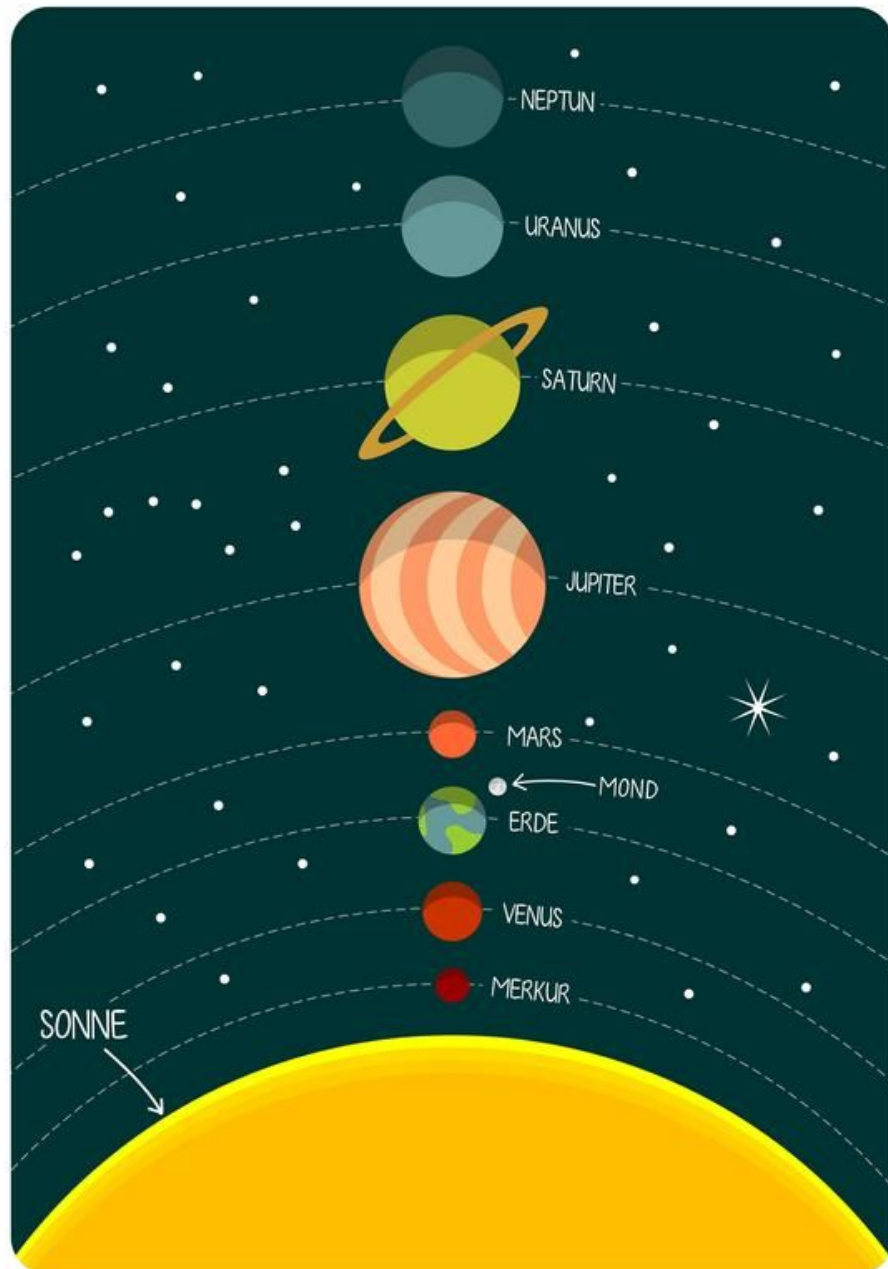


Abbildung 6: Schematische Darstellung des Sonnensystems

5.1. [4 Punkte] Bestimmen Sie das Verhältnis (=den Quotienten) der Geschwindigkeiten, mit denen man auf Erde bzw. Mond eine Nutzlast der Masse m senkrecht nach oben «katapultieren» muss, damit sie nicht mehr herunterfällt.
(Falsche Lösung zum Weiterrechnen: 0.1)

5.2. [4 Punkte] In welchem Verhältnis stehen die kinetischen Energien zueinander, die man der Nutzlast jeweils mitgeben muss?

5.3. [6 Punkte] Wo liegt der Lagrangepunkt zwischen Mond und Mars, wenn der Mars gerade $2 \cdot 10^{11}m$ vom Mond entfernt ist? (Falsche Lösung: $1.8 \cdot 10^{11}$)

5.4. [8 Punkte] Wie viel Energie wird für einen Flug vom Mond zum Mars (mindestens) benötigt, wenn die Rakete 2000t Masse hat?

6. **Atommodelle:** Die Quantenmechanik beschreibt die Elektronen im Atom als Orbitale, die durch Quantenzahlen definiert sind.

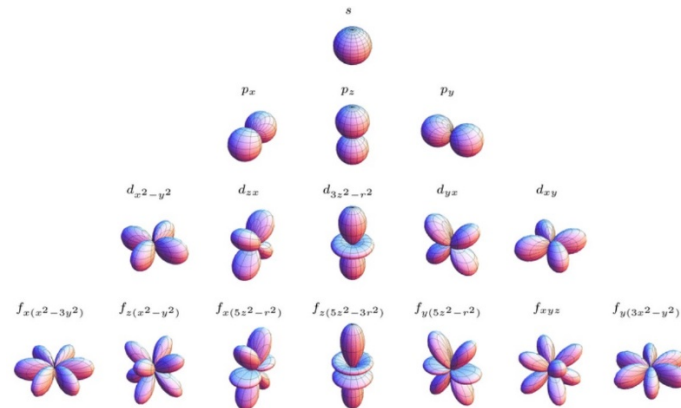


Abbildung 7: Atomorbitale

- 6.1. [7 Punkte] Geben Sie zu jedem Elektron eines (nicht angeregten) Sc-Atoms (Scandium) die 4 Quantenzahlen an. (Vermutlich wollen Sie hierzu eine Art Tabelle machen.)

7. **Quantenmechanik:** Ein Elektron sei in einem Kastenpotential von $1.7\mu\text{m}$ Breite eingesperrt.
- 7.1. [7 Punkte] Berechnen und skizzieren Sie die Wellenfunktionen seines zweiten Zustands.

7.2. [3 Punkte] Berechnen und skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion seines zweiten Zustands.

7.3. [3 Punkte] Welche Energie hat dieser Zustand? (Falsche Lösung: $1.6 \cdot 10^{-25}$)

7.4. [3 Punkte] Wie gross ist die kinetische Energie dieses Zustands? (Falsche Lösung:
 $8 \cdot 10^{-26}$)

7.5. [4 Punkte] Wie schnell ist das Elektron?

Abbildungsverzeichnis:

Abb. 1: Schrottauto, entnommen am 17.02.2021 von <https://pixabay.com/de/photos/vw-k%C3%A4fer-volkswagen-vw-schrottauto-1196534/>

Abb. 2: Experimenteller Aufbau, entnommen am 27.02.2021 von <https://interactive.quantumnano.at/grundlagen/fernfeld/>

Abbildung 3: Phthalocyanin, entnommen am 27.02.2021 von <https://de.wikipedia.org/wiki/Phthalocyanin>

Abbildung 4: Schema des ITER-Fusionsreaktors, entnommen am 01.04.2021 von <https://www.presstext.com/news/061121027>

Abbildung 5: Künstlerische Darstellung der Fusion von Deuterium und Tritium zu Helium, entnommen am 01.04.2021 von <https://www.iter.org/proj/inafewlines>

Abbildung 6: Schematische Darstellung des Sonnensystems, entnommen am 04.04.2021 von <https://www.geo.de/geolino/forschung-und-technik/4917-rtkl-weltraum-unser-sonnensystem>

Abbildung 7: Atomorbitale, entnommen am 04.04.2021 von https://www.researchgate.net/figure/Figure-A1-Angular-dependence-of-the-s-p-d-and-f-orbitals-with-l-0-1-2-3-The_fig11_302947449