

### РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - III РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1.  $MM$  је број четврте десетице, па је  $MM = 33$  (8 поена). Како је збир два двоцифрена броја троцифрен број, то је  $L = 7$  или  $L = 8$  или  $L = 9$ . Провером добијамо да је  $L = 9$  (12 поена), па сабирање гласи  $33 + 99 = 132$ .

2. (МЛ45-3) Филм је почео у 20 сати и 15 минута (8 поена). Филм се завршио у 21 сат и 45 минута (12 поена).

3. Дужина коју лопта пређе у свакој од 10 секунди дата је у табели.

| 1. секунда | 2. секунда | 3. секунда | 4. секунда | 5. секунда | 6. секунда | 7. секунда | 8. секунда | 9. секунда | 10. секунда |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| 3          | 4          | 5          | 6          | 7          | 8          | 9          | 10         | 11         | 12          |

За тачно одређене све дужине путева дати 8 поена. Дакле, за 10 секунди лопта је прешла укупно  $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 75$  метара (12 поена).

4. (МЛ47-1) Свако тачно решење бодовати са 2 поена. Ако је цела табела попуњена тачно бодовати са 20 поена.

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| +   | 150 | 229 | 326 |
| 317 | 467 | 546 | 643 |
| 500 | 650 | 729 | 826 |
| 208 | 358 | 437 | 534 |

5. (МЛ47-1) Како је  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 1 \cdot 2 \cdot 6 = 1 \cdot 3 \cdot 4$ , то цифре троцифрених бројева чији је производ цифара 12 могу бити 2, 2, 3 или 1, 2, 6 или 1, 3, 4 (4 поена). Тражени бројеви су: 232, 322, 126, 216, 162, 612, 134, 314 (свако решење по 2 поена).

### Министарство просвете, науке и технолошког развоја ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 – III разред

1. Замени слова цифрама тако да рачун буде тачан ако знаш да је  $MM$  број четврте десетице. Различита слова замени различитим цифрама, а иста слова истим цифрама.

$$\begin{array}{r} MM \\ + LL \\ \hline DMS \end{array}$$

2. После 12 минута од почетка филма, Марина је видела да часовник показује тачно 20 сати и 27 минута. Ако филм траје 90 минута, у колико сати ће се завршити?

3. Лопта се котрља на низбрдици. У првој секунди је прешла 3 метра. У другој секунди је прешла 4 метра, а у трећој 5 метара. У свакој следећој секунди прелази по 1 метар више него у претходној. Колико укупно метара је лопта прешла за 10 секунди?

4. Прецртај табелу на папир на коме радиш задатке! Доврши попуњавање табеле:

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| +   |     |     |     |
|     | 467 | 546 |     |
| 500 | 650 |     | 826 |
| 208 |     |     |     |

5. Производ цифара броја 127 је  $1 \cdot 2 \cdot 7 = 14$ . Напиши све парне троцифрене бројеве чији је производ цифара једнак 12.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 – IV РАЗРЕД

1. Борис је замислио неки број. Када га је помножио са 2 добио је број 43598. Одреди број који је 12 пута већи од броја који је Борис замислио.
2. Укупна маса чаше напуњене са водом је 300 грама и једнака је збиру маса две празне чаше и тега од 60 грама. Колика је маса воде у чаши?
3. Напиши све четвороцифрене бројеве чији је збир цифара 4.
4. Квадрат је са 2 праве подељен на 2 квадрата и 2 правоугаоника. Обим једног од добијених квадрата је 20cm, а обим једног правоугаоника 30cm. Израчунај обим почетног квадрата.
5. Замени слова цифрама тако да рачун буде тачан. Различита слова замени различитим цифрама.

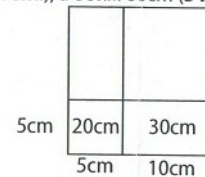
$$\begin{array}{r} A B C \\ D E F \\ + G H I \\ \hline 9 6 3 \end{array}$$

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (МЛ46-2) Борис је замислио број  $43598 : 2 = 21799$  (10 поена). Тражени број је  $21799 \cdot 12 = 261588$  (10 поена).
2. (МЛ47-1) Ако је маса једне празне чаше  $x$ , тада је  $2x + 60 = 300$ , одакле је  $x = 120$ , тј. маса празне чаше је 120 грама (10 поена). Како је маса чаше и воде у њој 300 грама, маса воде у чаши је 180 грама (10 поена).
3.  $4 = 4 + 0 + 0 + 0 = 3 + 1 + 0 + 0 = 2 + 2 + 0 + 0 = 2 + 1 + 1 + 0 = 1 + 1 + 1 + 1$ . Дакле, цифре тражених бројева су 4, 0, 0, 0 или 3, 1, 0, 0 или 2, 2, 0, 0 или 2, 1, 1, 0 или 1, 1, 1, 1, а тражени бројеви су: 4000, 1300, 1030, 1003, 3100, 3010, 3001, 2200, 2020, 2002, 2110, 2101, 2011, 1012, 1021, 1102, 1120, 1210, 1201, 1111 (свако решење по 1 поен).
4. Обим једног квадрата је 20cm, па је страница тог квадрата 5cm (5 поена). Обим правоугаоника је 30cm, а како је једна страница правоугаоника једнака страници квадрата, то је друга страница правоугаоника 10cm (види слику) (5 поена). Дакле, страница почетног квадрата је 15cm (5 поена), а обим 60cm (5 поена).



5. Једно решење је (20 поена):

$$\begin{array}{r} 1 5 6 \\ 3 2 7 \\ + 4 8 0 \\ \hline 9 6 3 \end{array}$$

Задатак има више решења. Признавати као потпуно тачан задатак ако је ученик записао било које друго тачно решење.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 – V РАЗРЕД

1. Дешифруј множење  $*7 \cdot 30 = *0**$ .
2. Израчунај збир најмањег и највећег разломка облика  $\frac{a}{b}$  при чему је  $a \in \{1, 2, 4, 8\}$  и  $b \in \{3, 5, 9\}$ .
3. Дужине ивица квадрата су  $a$  см,  $b$  см и  $c$  см, где су  $a$ ,  $b$  и  $c$  различити природни бројеви. Запремина тог квадрата је  $70\text{см}^3$ . Одреди највећу могућу површину тог квадрата.
4. Израчунај величину угла  $a$  (види слику) ако је  $a \parallel b$  и  $c \parallel d$ .



5. Две оловке и три свеске коштају 110 динара. Четири оловке и седам свезака коштају 250 динара. Израчунај цену осам оловака и осам свезака.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.  
Израда задатака траје 120 минута.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗРЕД

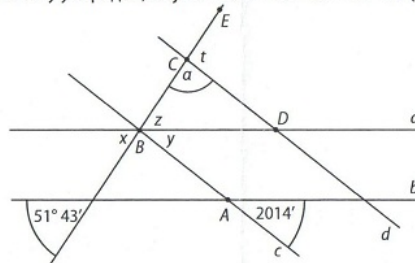
Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (МЛ45-2) Последња цифра производа је 0 (5 поена). Даље дешифрујемо  $*7 \cdot 3 = *0*$ . Последња цифра овог производа је 1 (5 поена). Број  $*01$  треба да је дељив са 3 и да количник буде двоцифрен број  $*7$ . Те услове задовољава 201. Дакле, решење је  $67 \cdot 30 = 2010$  (10 поена).

2. (МЛ45-5) Најмањи разломак је  $\frac{1}{9}$  (6 поена). Највећи разломак је  $\frac{8}{3}$  (6 поена).  
Збир је  $\frac{1}{9} + \frac{8}{3} = \frac{25}{9}$  (8 поена).

3. (МЛ46-2) С обзиром да је  $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ , то ивице квадрата ( $y$  см) могу бити: 2, 5, 7 или 1, 10, 7 или 1, 5, 14 или 1, 2, 35 (свака могућност по 3 поена), па су површине квадрата ( $y$  см<sup>2</sup>), редом,  $2 \cdot (2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 5 \cdot 7) = 118$ ;  $2 \cdot (10 + 7 + 10 \cdot 7) = 174$ ;  $2 \cdot (5 + 14 + 5 \cdot 14) = 178$ ;  $2 \cdot (2 + 35 + 2 \cdot 35) = 214$  (свака могућност по 2 поена). Највећа површина квадрата који задовољава дате услове је  $214\text{см}^2$ .

4. Означимо углове  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $t$  и тачке  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$ , као на слици.  $x = 51^\circ 43'$ ,  $y = 2014' = 33^\circ 34'$  (углови са паралелним крацима) (по 4 поена).  $z = x$  (унакрсни углови) (4 поена).  $\sphericalangle ABC = y + z = 85^\circ 17' = \sphericalangle DCE = t$  (углови са паралелним крацима) (4 поена). Углови  $t$  и  $a$  су упоредни, па је  $a = 180^\circ - 85^\circ 17' = 94^\circ 43'$  (4 поена).



5. Како 2 оловке и 3 свеске коштају 110 динара, то 4 оловке и 6 свезака коштају 220 динара. Како 4 оловке и 7 свезака кошта 250 динара, то 1 свеска кошта 30 динара (8 поена). Сада добијамо да једна оловка кошта 10 динара (8 поена). Дакле, 8 оловака и 8 свезака коштају 320 динара (4 поена).

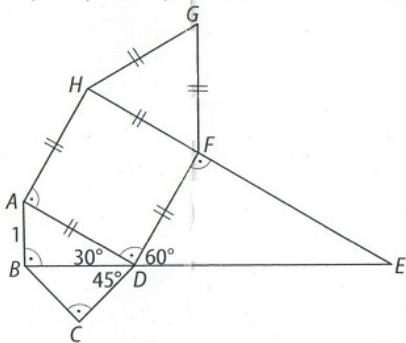


Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 – VII РАЗРЕД

1. Ако је  $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}$ , израчунај вредност израза  $\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}$ .

2. Израчунај површину многоугла  $ABCDEFGH$  на слици:



3. Одреди све двоцифрене природне бројеве  $\overline{ab}$  за које важи  $\overline{ab} - \overline{ba} = n^2$ , где је  $n \in \mathbb{N}$ .
4. Којом цифром се завршава број  $4^n + 5^n + 6^n$ ?
5. Конструиши квадрат чија је површина једнака збиру површина три квадрата чије су странице 2cm, 3cm и 4cm.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.  
Израда задатака траје 120 минута.  
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1.  $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}$ ,  $\sqrt{2}(x - y) = 3\sqrt{2}$ ,  $x - y = 3$  (7 поена).

$\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{\sqrt{3}y}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - y) = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 3 = \sqrt{3}$  (13 поена).

2. (МЛ46-5)  $AD = 2AB = 2\text{cm}$ .  $BD = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}\text{cm}$ .  $BC = CD = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{cm}$ .  $DE = 2DF = 4\text{cm}$ .  $EF = 2\sqrt{3}\text{cm}$ .  $P_{BCD} = \frac{3}{4}\text{cm}^2$  (3 поена),  $P_{ABD} = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$  (3 поена),

$P_{ADFH} = 4\text{cm}^2$  (3 поена),  $P_{HGF} = \sqrt{3}\text{cm}^2$  (3 поена),  $P_{EFD} = 2\sqrt{3}\text{cm}^2$  (3 поена).

Дакле,  $P = \left(\frac{19}{4} + \frac{7\sqrt{3}}{2}\right)\text{cm}^2$  (5 поена),

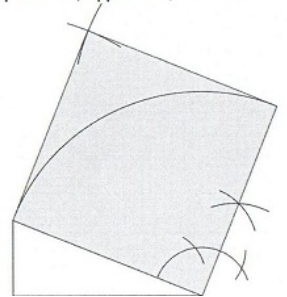
3. (МЛ47-3)  $\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 9a - 9b = 9 \cdot (a - b) = n^2$  (3 поена)  
Како је 9 квадрат броја 3, то и  $a - b$  мора бити квадрат броја, а то је могуће за  $a - b \in \{1, 4\}$  (4 поена).

|         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$     | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| $b$     | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| $a - b$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

Дакле, тражени бројеви су 98, 87, 76, 65, 54, 43, 32, 21, 95, 84, 73, 62 и 51 (свако тачно решење по 1 поен).

4. (МЛ47-3) Број  $4^n$  се завршава цифром 4, уколико је  $n$  непаран број, а цифром 6 ако је  $n$  паран број (4 поена). Број  $5^n$  се завршава цифром 5 (2 поена), а  $6^n$  се завршава цифром 6 (2 поена). Ако је  $n$  непаран број онда се збир  $4^n + 5^n + 6^n$  завршава цифром 5 ( $4 + 5 + 6 = 15$ ) (6 поена), а ако је  $n$  паран број онда се  $4^n + 5^n + 6^n$  завршава цифром 7 ( $6 + 5 + 6 = 17$ ) (6 поена).

5. Како је  $2^2 + 3^2 + 4^2 = 29 = 25 + 4 = 5^2 + 2^2$  (15 поена) закључујемо да је страница траженог троугла једнака хипотенузи правоуглог троугла чије су катете 5cm и 2cm. Сада конструишемо квадрат чија нам је страница позната (5 поена за конструкцију).



Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 - VIII РАЗРЕД

1. Реши једначину  $|5x - 4x + 3x - 2x + |x|| = 2013$ .
2. Дате су две једнаке праве призме, чије основе су једнакокраки правоугли троуглови са катетама од 5cm. Висине призми су по 10cm. Колико различитих тространих и четвоространих призми можемо да саставимо од те две једнаке призме? Која од њих има највећу површину?
3. Одреди најмањи природан број који је дељив са 12 и који има 12 делилаца.
4. Нека је  $T$  тежиште троугла  $ABC$ , а  $B_1$  тачка у којој права  $BT$  сече  $AC$ . Израчунај површину троугла  $ABC$  ако је површина троугла  $B_1TC$  једнака 3.
5. Датуми се често записују овако: 22.06.2008, 04.11.1936. Ако су при томе све цифре парне, кажемо да је то паран датум. На пример, последњи паран датум другог миленијума био је 28.08.2000. Одреди број парних датума у трећем миленијуму.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.  
Израда задатака траје 120 минута.  
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Ако је  $x \geq 0$  имамо:  $|5x - 4x + 3x - 2x + |x|| = |5x - 4x + 3x - 2x + x| = |5x - 4x + 3x - 3x| = |5x - 4x| = |5x - 4x| = |x| = x$ . Па је  $x = 2013$  (10 поена).

Ако је  $x < 0$  имамо:

$$|5x - 4x + 3x - 2x + |x|| = |5x - 4x + 3x - 2x - x| = |5x - 4x + 3x - x| = |5x - 4x + 3x + x| = |5x - 4x + 4x| =$$

$$|5x - 4x - 4x| = |5x| = -5x. Сада је  $-5x = 2013, x = -\frac{2013}{5}$  (10 поена).$$

2. (МЛ46-3) Можемо да саставимо 4 различите призме: тространа висине 20cm чија је основа једнакокрако-правоугли троугао (2 поена) па је површина  $(225 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$  (2 поена); четворострана висине 10cm чија је основа квадрат (2 поена) па је површина  $250\text{cm}^2$  (2 поена); четворострана висине 10cm чија је основа паралелограм (2 поена) па је површина  $(150 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$  (2 поена); тространа висине 10cm чија је основа једнакокрако-правоугли троугао катете  $5\sqrt{2}\text{cm}$  (2 поена) па је површина  $(150 + 100\sqrt{2})\text{cm}^2$  (2 поена). Највећу површину има тространа призма висине 20 cm (4 поена).

3. (МЛ46-5) Бројеви дељиви са 12 су: 12, 24, 36, 48, 60, .... Број 12 има 6 делилаца (3 поена), 24 има осам (3 поена), 36 има девет (3 поена), 48 има десет (3 поена), а 60 има дванаест и то су: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 и 60. Дакле, тражени број је 60 (8 поена).

4. Ако је површина  $P(B_1TC) = 3$ , онда је  $P(B_1BC) = 9$  (5 поена) јер је  $3TB_1 = B_1B$  и одговарајуће висине су им једнаке (5 поена). Даље је  $P(ABC) = 2P(B_1BC) = 18$  (5 поена) јер је  $AC = 2B_1C$  и одговарајуће висине су им једнаке (5 поена).

5. У току једне године постоје 4 парна месеца (02, 04, 06 и 08) (4 поена). У једном месецу постоји 9 парних датума (02, 04, 06, 08, 20, 22, 24, 26 и 28) (4 поена). У трећем миленијуму постоје 124 парне године  $(5 \cdot 5 \cdot 5 - 1)$  (4 поена). Према томе, укупан број парних датума је  $124 \cdot 9 \cdot 4 = 4464$  (8 поена).



Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 – VI РАЗРЕД

1. Колико има четвороцифрених бројева дељивих са 5, код којих:  
а) се цифре могу понављати; б) су све цифре различите?
2. У правоуглом троуглу један оштар угао је  $30^\circ$ . Дужина катете наспрам угла од  $30^\circ$  је 9cm. Израчунај растојање тежишта троугла од:  
а) ортоцентра троугла; б) центра описаног круга тог троугла.
3. У троуглу  $ABC$  угао  $a$  је  $80^\circ$ , а висине  $h_a$  и  $h_b$  секу се под углом од  $126^\circ$ . Која је најмања, а која највећа страница у троуглу  $ABC$ ?
4. Лука је на тастатури хтео да укуца двоцифрени број  $\overline{ab}$ . Грешком је испред прве цифре и после друге цифре укуцао 4. На тај начин добио је четвороцифрени број 54 пута већи од двоцифреног броја  $\overline{ab}$ . Одреди број  $\overline{ab}$ .
5. У квадрату странице 44cm распоређено је 2013 тачака. Докажи да постоји квадрат странице 1cm у коме су бар две тачке.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

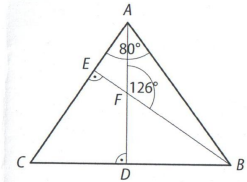
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (МЛ46-2) а) Број је дељив са 5 ако се завршава цифром 0 или 5, па закључујемо да се на последњем месту могу наћи 2 цифре. Како цифре могу да се понављају при запису броја, на првом месту могу се наћи 9 цифара (све осим 0), на другом 10 и на трећем 10 па таквих бројева има  $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 1800$  (10 поена).  
б) Ако су све цифре различите разликоваћемо 2 случаја: 1) На последњем месту је 0 – таквих бројева има  $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1 = 504$ ; 2) На последњем месту је 5 – таквих бројева има  $8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1 = 448$ ; Дакле, укупно имамо 952 четвороцифрена броја дељива са 5 чије су све цифре различите (10 поена).
2. Хипотенуза је 18cm (4 поена), тежишна дуж која одговара хипотенузи је 9cm (4 поена). Ортоцентар правоуглог троугла је у темену правог угла, а центар описане кружнице у средишту хипотенузе. Растојање тежишта од:  
а) ортоцентра је 6cm (6 поена); б) центра описаног круга је 3cm (6 поена).

3. (МЛ45-2)  $\sphericalangle AFB = \sphericalangle EFD = 126^\circ$ .  $\gamma = \sphericalangle ACB = 180^\circ - \sphericalangle EFD = 54^\circ$  (8 поена).  
 $\beta = 180^\circ - (a + \gamma) = 46^\circ$ . Како је  $a > \gamma > \beta$ , то је  $a > c > b$  (12 поена).



4. (МЛ46-1) Лука је укуцао број  $\overline{4ab4}$  па имамо да је  $\overline{4ab4} = 54\overline{ab}$  (5 поена). Како је  $\overline{4ab4} = 4004 + 10\overline{ab}$  (5 поена), имамо  $4004 + 10\overline{ab} = 54\overline{ab}$ , тј.  $4004 = 44\overline{ab}$ , одакле је  $\overline{ab} = 91$  (10 поена).

5. Поделитемо квадрат прамама које су паралелне страницама квадрата на мање квадрате странице 1cm. На тај начин добијамо  $44 \cdot 44 = 1936$  мањих квадрата. 1936 тачака можемо распоредити тако да у сваком од посматраних квадрата буде тачно по једна тачка. Ма како распоредили остале тачке свака ће бити у квадрату у коме је бар још једна тачка (од првобитно распоређених 1936 тачака) па следи тврђење задатка (20 поена).